Suites arithmétiques – Somme de termes consécutifs.

Je souhaite souscrire à une assurance pour ma voiture dont le montant pour l'année 2021 est de 1032 €. Pour me remercier de ma fidélité, l'assureur m'annonce une baisse de ce montant annuel de 24 € par an.

Quel est alors le montant total de cette assurance pour la période de 2021 à 2031 ?

1 On analyse l'énoncé.

Nature de la suite ?

« baisse de 24 € » :

Notre suite (U_n) est donc de nature arithmétique de raison $r = -24$

Formule pour la somme ?

$$\text{Somme} = \text{Nombre de termes} \times \frac{1^{\text{er}} \text{ terme} + \text{dernier terme}}{2}$$

Premier terme ?

Concernant la numérotation, nous pouvons faire ce que l'on veut car rien n'est précisé dans l'énoncé. Je vous propose donc de noter U_{2021} le terme de l'année 2021.

Ainsi $1^{\text{er}} \text{ terme} : U_{2021} = 1032$

Dernier terme ?

Pour aller de 2021 à 2031, nous allons ajouter 10 fois notre raison r :

$$\begin{aligned} U_{2031} &= U_{2021} + 10 \times r \\ &= 1032 + 10 \times (-24) \\ &= 1032 - 240 \end{aligned}$$

Dernier terme : $U_{2031} = 792$

Nombre de termes ?

Il y a toujours un terme de plus que de transitions.

Nous avons donc 11 termes au total puisqu'il y a 10 transitions entre 2021 et 2031.

2 On applique la formule de la somme.

$$\begin{aligned} \text{Somme} &= U_{2021} + U_{2022} + \dots + U_{2030} + U_{2031} \\ &= 11 \times \frac{U_{2021} + U_{2031}}{2} \\ &= 11 \times \frac{1032 + 792}{2} \\ &= 11 \times 912 \\ \text{Somme} &= 10032 \end{aligned}$$