

## Suites – Quand est - ce que l'on dépasse un seuil ?

En 2019, la population d'une ville était de 21 000 habitants.

Le terme  $U_n$  représente la population de cette ville en 2016 +  $n$ .

Nous souhaitons savoir quand la population dépassera - t - elle un seuil donné.

- Juste avant d'avoir dépasser le seuil :  $n = \dots\dots\dots$  ;  $U = \dots\dots\dots$
- Juste après d'avoir dépasser le seuil :  $n = \dots\dots\dots$  ;  $U = \dots\dots\dots$
- Année à partir de laquelle nous dépasserons le seuil :  $\dots\dots\dots$

### Rang et valeur du terme initial ?

En comparant les années 2019 et 2016 +  $n$ , on obtient que le rang initial est  $n = 3$

La valeur du terme initial  $U_3$  est donc égale à 21 000 (population en 2019).

### 1 En répétant la même opération à la calculatrice.

Dépasser le seuil des 30 000 habitants :

en augmentant de 650 habitants par an | en augmentant de 3,1 % par an

### Quelle est l'opération à répéter ?

À partir de la valeur initiale 21 000, nous allons passer notre temps à :

Ajouter toujours  $650$  | Multiplier tjrs par  $1 + \frac{3}{100} = 1,03$

En incrémentant (en ajoutant 1) la valeur de rang  $n$  à chaque répétition.

### À la calculatrice, on répète une opération en appuyant sur Entrer :

21 000	$n = 3$	21 000	$n = 3$
Rep + 650	donne 21 650	Rep × 1,03	donne 21 630
Entrer	donne 22 300	Entrer	donne 22 278,9
...		...	
Entrer	donne $29\ 450$	Entrer	donne $\approx 29\ 941$
Entrer	donne $30\ 100$	Entrer	donne $\approx 30\ 839$
	$n = 16$		$n = 15$
	$n = 17$		$n = 16$

Le seuil des 30 000 habitants sera donc dépassé en :

$2016 + 17 = 2033$  |  $2016 + 16 = 2032$

### 2 En affichant la table des valeurs sur la calculatrice.

Dépasser le seuil des 10 000 habitants :

en diminuant de 930 habitants par an | en diminuant de 4,9 % par an

$(U_n)$  est arithmétique avec  $r = -930$  |  $(U_n)$  est géométrique avec  $q = 0,951$

### On détermine l'expression du terme $U_n$ en fonction de $n$ :

Pour aller de  $U_3$  à  $U_n$ , il y a  $(n - 3)$  transitions = « la fin » - « le début »

Ajoutons donc  $(n - 3)$  fois la raison  $r$  :

$U_n = U_3 + (n - 3) \times r$  |  $U_n = U_3 \times q^{n-3}$

$U_n = 21\ 000 + (n - 3) \times (-930)$  |  $U_n = 21\ 000 \times 0,951^{n-3}$

Expression à rentrer dans la calculatrice. | Expression à rentrer dans la calculatrice.

### On affiche la table des valeurs de la suite $(U_n)$ sur la calculatrice :

$n$	$U$	$n$	$U$
3	21 000	3	21 000
4	20 070	4	19 971
...	...	...	...
14	10 770	17	$\approx 10\ 393$
15	9 840	18	$\approx 9\ 884$

Le seuil des 10 000 habitants sera donc dépassé en :

$2016 + 15 = 2031$  |  $2016 + 18 = 2034$