Calcul du nombre dérivé avec une fonction du 2^{nd} degré :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $\boxed{f(x) = -4x + 5x^2 + 3}$

1) Pour tout réel h, compléter le calcul suivant :

$$f(2+h) - f(2) = \dots\dots \times h^2 + \dots\dots \times h$$

2) En déduire, s'il existe, la valeur du nombre dérivé : $f'(2) = \dots\dots$

1 Théorème que nous allons utiliser :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I, $a \in I$ et $h \in \mathbb{R}^*$ tel que $a+h \in I$.

On dira que f est dérivable en a si :

Le taux de variation $\dfrac{f(a+h) - f(a)}{h}$ admet une limite finie quand h tend vers 0.

Cette limite finie est alors appelé le nombre dérivée de f en a et elle se note $f'(a)$.

2 Complétons le calcul.

Pour tout réel h, *Dans cet exemple, $a = 2$*

- **Étape 1 :**

$$f(2+h) = -4 \times (2+h) + 5 \times (2+h)^2 + 3$$
$$= -8 - 4h + 5 \times \left(4 + 4h + h^2\right) + 3$$
$$= 5 \times h^2 + \left(-4 + 20\right) \times h + \left(-8 + 20 + 3\right)$$
$$f(2+h) = \boxed{5h^2 + 16h + 15}$$

- **Étape 2 :**

$$f(2) = -4 \times (2) + 5 \times (2)^2 + 3$$
$$= -8 + 20 + 3$$
$$f(2) = \boxed{15}$$

- **Étape 3 :**

$$= f(2+h) - f(2)$$
$$= \left(5h^2 + 16h + 15\right) - 15$$
$$= \boxed{5h^2 + 16h}$$

3 Déduisons - en la valeur du nombre dérivé $f'(2)$.

- **Pour tout réel $h \neq 0$,** $\dfrac{f(2+h) - f(2)}{h} = \dfrac{5h^2 + 16h}{h} = \boxed{5h + 16}$
- **Or** $\lim\limits_{h \to 0} \left(5h + 16\right) = \boxed{16}$ **qui est une limite finie.**
- **Donc f est dérivable en 2 et** $\boxed{f'(2) = 16}$