Dérivée et équation de la tangente :

On considère la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\boxed{f(x) = 6\,x^3 - 1,5\,x^2 + 5,5\,x + 5}$$

On s'intéresse à la tangente T_2 à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2.

1) Calculer $f(2) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

2) Dériver f et calculer $f'(2) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

3) En déduire l'équation de la tangente T_2 sous la forme : $y = \ldots\ldots\ldots \times x + \ldots\ldots\ldots$

1 Formule à utiliser ici.

Pour déterminer l'équation d'une tangente T_a à la courbe au point d'abscisse a :

$$\boxed{T_a : \quad y = f'(a) \times (x - a) + f(a)}$$

Vous pouvez remplacer a par 2 ou par tout autre nombre où f est dérivable.

2 On calcule $f(2)$.

Pour tout réel x, $f(x) = 6\,x^3 - 1,5\,x^2 + 5,5\,x + 5$

On calcule $f(2)$ en substituant x par 2 :

Ainsi
$$f(2) = 6 \times 2^3 - 1,5 \times 2^2 + 5,5 \times 2 + 5$$
$$f(2) = 48 - 6 + 11 + 5$$
$$f(2) = \boxed{58}$$

3 On calcule $f'(2)$.

Pour tout réel x, $f(x) = 6\,x^3 - 1,5\,x^2 + 5,5\,x + 5$

On dérive la fonction f pour obtenir l'expression de $f'(x)$:

Pour tout réel x,
$$f'(x) = 6\,(x^3)' - 1,5\,(x^2)' + 5,5\,(x)' + (5)'$$
$$f'(x) = 6 \times 3\,x^2 - 1,5 \times 2\,x + 5,5 \times 1 + 0$$
$$f'(x) = \boxed{18\,x^2 - 3\,x + 5,5}$$

On calcule $f'(2)$ en substituant x par 2 :

Ainsi
$$f'(2) = 18 \times 2^2 - 3 \times 2 + 5,5$$
$$f'(2) = 72 - 6 + 5,5$$
$$f'(2) = \boxed{71,5}$$

4 On applique la formule.

Pour tout réel a : $\boxed{T_a : \quad y = f'(a) \times (x - a) + f(a)}$

On substitue les a par 2 :

$$T_2 : \quad y = f'(2) \times (x - 2) + f(2)$$

On remplace avec les valeurs obtenues précédemment :

$$T_2 : \quad y = 71,5 \times (x - 2) + 58$$

On développe et on simplifie :

$$T_2 : \quad y = 71,5\,x - 143 + 58$$
$$T_2 : \quad y = \boxed{71,5\,x - 85}$$